

Caracteristici dinamice ale traductoarelor

B) Indicatori de performanță pentru elemente de întârziere de ordinul 2

Ecuția diferențială de ordinul al II - lea ce caracterizează traductorul se scrie:

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x \quad | \quad \text{aplicăm operatorul Laplace } \mathcal{L}:$$

$$(a_2 s^2 + a_1 s + a_0) Y(s) = b_0 X(s) \Rightarrow Y(s) = \frac{b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0} X(s) \quad | : a_0$$

$$Y(s) = \frac{\frac{b_0}{a_0}}{\frac{a_2}{a_0} s^2 + \frac{a_1}{a_0} s + 1} X(s)$$

Vom face următoarele notații: $k = \frac{b_0}{a_0}$ - factorul de amplificare

$$\tau_a^2 = \frac{a_2}{a_0} \quad \text{și} \quad \tau_b = \frac{a_1}{a_0}, \quad \tau_a, \tau_b \text{ constante de timp}$$

$$\text{Rezultă următoarea formă pentru ieșire:} \quad Y(s) = \frac{k}{\tau_a^2 s^2 + \tau_b s + 1} X(s) = H(s) \cdot X(s),$$

unde $H(s) = \frac{k}{\tau_a^2 s^2 + \tau_b s + 1}$ reprezintă funcția de transfer.

Numitorul funcției de transfer determină ecuația caracteristică: $\tau_a^2 s^2 + \tau_b s + 1 = 0$

În funcție de soluțiile ecuației caracteristice există două cazuri:

- a) Ecuația caracteristică are soluții reale
- b) Ecuația caracteristică are soluții complex conjugate

Observație

Dintre soluțiile posibile, în practică, cele mai frecvente structuri sunt bazate pe situația în care ecuația caracteristică are rădăcini complex conjugate.

$$\text{Notații: } \tau_a^2 = \frac{1}{\omega_n^2} \Rightarrow \omega_n = \frac{1}{\tau_a} \quad - \text{ numită pulsația naturală}$$

$$\tau_b = \frac{2\xi}{\omega_n} \Rightarrow \xi = \frac{\tau_b \omega_n}{2} = \frac{1}{2} \frac{\tau_b}{\tau_a} \quad - \text{ numit factor de amortizare; } 0 < \xi < 1$$

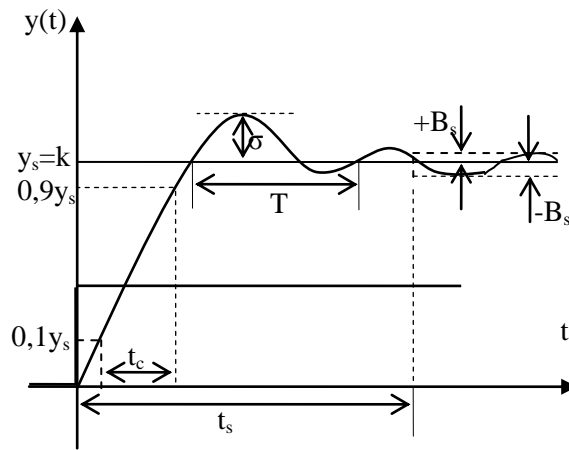
Ecuția caracteristică devine: $\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n}s + 1 = 0$ cu soluțiile:

$$s_{1,2} = \frac{-\frac{\xi}{\omega_n} \pm \sqrt{\frac{\xi^2}{\omega_n^2} - \frac{1}{\omega_n^2}}}{\frac{1}{\omega_n^2}} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

Notăm $\cos \varphi = \xi$ și $\sin \varphi = \sqrt{1-\xi^2} \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \Rightarrow \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$

Dacă la intrare aplicăm un semnal treaptă unitate: $X(s) = \frac{1}{s}$, atunci răspunsul la ieșire va fi:

$$y(t) = k \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t + \varphi) \right]$$



Indicatori:

1. Eroarea dinamică:

$$\varepsilon_D(t) = y(t) - y_s,$$

Cum $y(t) = k \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t + \varphi) \right]$ și $y_s = k$, rezultă :

$$\varepsilon_D(t) = -k \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t + \varphi)$$

Avem $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_D(t) = 0$.

2. Timpul de creștere t_c - acea valoare temporală în care ieșirea $y(t)$ parcurge distanța dintre $0,1 y_s$ (10%) și $0,9 y_s$ (90%) pe prima oscilație.

Se determină rezolvând ecuațiile:

$$y(t_1) = 0,1 y_s$$

$$y(t_2) = 0,9 y_s$$

$$t_c = t_2 - t_1$$

De cele mai multe ori timpul de creștere este soluția ecuației: $y(t_c) = 0,9 y_s$

3. Supracreșterea σ - reprezintă abaterea maximă a ieșirii în raport cu valoarea de regim staționar, y_s , pe prima oscilație.

De regulă, supracreșterea se dă sub formă relativă prin raportare la valoarea de regim staționar.

$$\sigma_r [\%] = \frac{y_{\max} - y_s}{y_s} 100$$

$$\text{unde } y_{\max} = y(t) \Big|_{t=\frac{T}{2}} = y_s \left[1 - \frac{e^{-\xi\omega_n \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\pi + \varphi) \right]$$

$$y_{\max} = y_s \left(1 + e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \right) \qquad \sigma_r [\%] = 100 \cdot e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

Supracreșterea este dictată numai de factorul de amortizare.

4. **Timpul de stabilizare t_s** - timpul necesar pentru care eroarea dinamică devine inferioară benzii de stabilizare și nu o mai depășește.

$$\begin{aligned}
 |\varepsilon_D(t = t_s)| &\leq B_s, \forall t \geq t_s \\
 \left| y_s \frac{e^{-\xi\omega_n t_s}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t_s + \varphi) \right| &\leq B_s \\
 y_s \frac{e^{-\xi\omega_n t_s}}{\sqrt{1-\xi^2}} &\leq B_s \text{ cazul cel mai defavorabil} \\
 -\xi\omega_n t_s &\leq \ln \frac{B_s}{y_s} \sqrt{1-\xi^2} \Rightarrow t_s \geq \frac{1}{\xi\omega_n} \ln \frac{y_s \sqrt{1-\xi^2}}{B_s}
 \end{aligned}$$

Timpul de stabilizare depinde și de ξ și de ω_n

5. **Pulsația de rezonanță ω_r**

$$\boxed{\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2}} \quad \omega_r > 0 \Leftrightarrow \xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

6. **Perioada oscilațiilor T**

$$T = \frac{2\pi}{\omega_r} \text{ sau } \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}}$$

7. **Pulsația de bandă ω_B**

$$\begin{aligned}
 H(\omega_B) &= \frac{H(0)}{\sqrt{2}} = 0,707 H(0) = 0,707 k \\
 \omega_B &= \omega_n \sqrt{\dots}
 \end{aligned}$$

8. Caracteristicile de frecvență

Plecând de la expresia funcției de transfer $H(s) = \frac{k}{\tau_a^2 s^2 + \tau_b s + 1}$ și introducând relațiile pulsației naturale $\omega_n = \frac{1}{\tau_a}$ și ale factorului de amortizare $\xi = \frac{1}{2} \frac{\tau_b}{\tau_a}$ se obține:

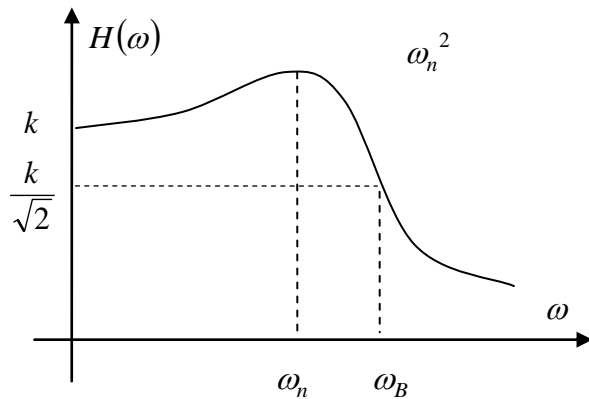
$$H(s) = \frac{k}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n} s + 1}$$

Pentru $s = j\omega$ rezultă:
$$H(j\omega) = \frac{k}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} + j \frac{2\xi\omega}{\omega_n}}$$

Se obține:

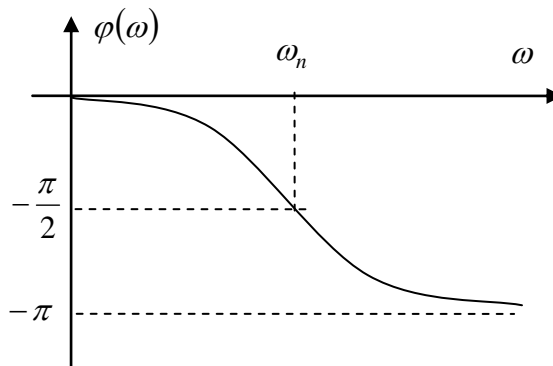
- caracteristica de amplitudine:

$$H(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \frac{4\xi^2 \omega^2}{\omega_n^2}}}$$



- caracteristica de fază:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}$$



În funcție de valoarea lui ξ graficul lui $H(\omega)$ poate avea un maxim \Leftrightarrow traductorul are o rezonanță.

Concluzii:

- 1) Atunci când ω_n crește, perioada oscilației scade (T), timpul de stabilizare (t_s) scade, ω_r crește și de asemenea ω_B crește \Rightarrow dinamica traductorului se îmbunătățește.
- 2) ω_n constant. Dacă ξ crește, se constată că toți indicatorii precizați anterior se modifică antagonist \Rightarrow dinamica traductorului se înrăutățește.
- 3) Creșterea performanțelor dinamice conduce la lărgimea de bandă extinsă \Rightarrow traductorul ia în considerare și perturbațiile \Rightarrow pierde caracteristica de filtru trece-jos.

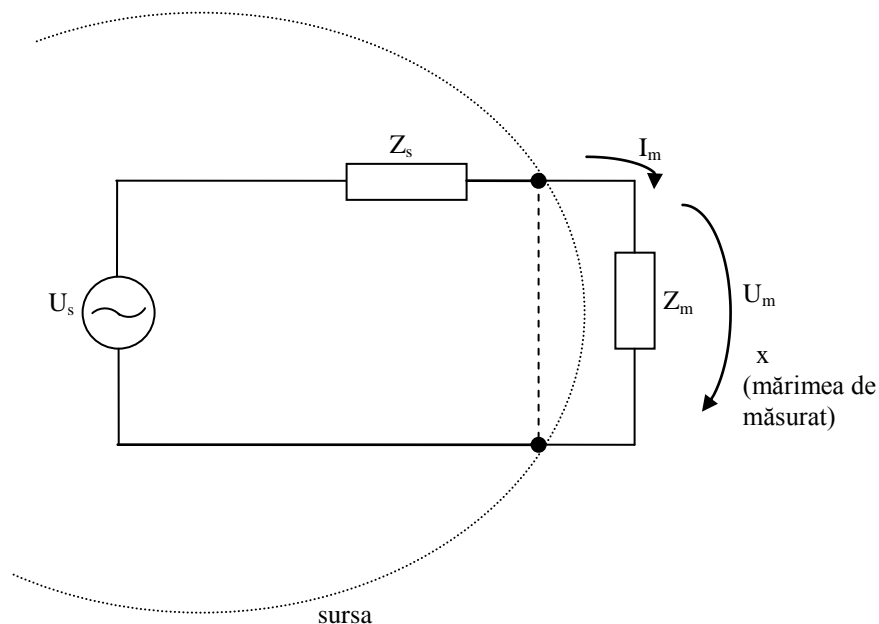
Caracteristici energetice

Traductorul preia parametrul de proces printr-o operație de măsurare care presupune un consum de energie. Energia consumată (preluată) este totală în cazul mărimilor active, respectiv parțială în cazul celor pasive.

Puterea, care prin integrarea în timp dă energia, nu trebuie să depășească o anumită valoare denumită putere disponibilă.

Unei mărimi de măsurat, x , i se asociază o altă mărime, y , astfel încât puterea să fie egală cu produsul acestora. De exemplu unei mărimi de măsurat tensiune U i se asociază intensitatea curentului I ; produsul celor două mărimi trebuie văzut ca o putere $P = UI$. Raportul lor reprezintă o impedanță generalizată sau o impedanță metrologică prin care putem să caracterizăm metrologic traductorul respectiv. Cu cât $Z_m = \frac{x}{y}$ este mai mare, cu atât puterea consumată $P_c = xy$ este mai mică.

În cazul mărimilor active (de tip generator) se pune problema unei adaptări de impedanță între circuitul de preluare a mărimii de măsurat și circuitul de generare a mărimii active. Dacă notăm cu Z_s impedanța internă a sursei ce generează mărimea activă, rezultă că pentru o mai bună preluare a semnalului și o mai bună adaptare de impedanță trebuie să avem $Z_s \ll Z_m$.



$$U_m = \frac{Z_m}{Z_s + Z_m} U_s$$
$$U_m \approx U_s \Rightarrow Z_s \ll Z_m$$

Această condiție se realizează cu ajutorul amplificatoarelor de măsurare care sunt amplificatoare instrumentale cu impedanță de intrare foarte mare. În același timp putem spune că și amplificatoarele de măsurare au nevoie de o alimentare externă, deci de o sursă auxiliară (externă) din care să preia energia necesară bunei funcționări pentru care se realizează adaptarea în nivel și adaptarea în putere.

Utilizarea amplificatoarelor de măsură face să nu existe pericolul de retroacțiune către intrare.

În cazul mărimilor parametrice necesitatea unei surse auxiliare de energie este evidentă. Aceasta va avea rolul de a asigura transformarea variației mărimii parametrice în variație de semnal electric. Avem două situații:

1) Sursa auxiliară de energie să fie folosită pentru conversia mărimii parametrice în semnal electric

2) Sursa auxiliară nu trebuie să producă modificări ale mărimii măsurate prin perturbarea caracteristicii elementului sensibil.

O cerință generală, esențială, impusă elementului sensibil este aceea de a avea un consum energetic cât mai redus. Această cerință a condus la elemente sensibile cu dimensiuni cât mai mici și mase neglijabile (miniaturizarea componentelor).

Traductoarele, privite ca o componentă distinctă, sunt chiar ele consumatoare de energie. Când numărul de puncte de măsurare dintr-o instalație este foarte mare (zeci de mii), atunci consumul total de energie devine important. Totuși, traductoarele electronice au înglobate tehnologii de fabricație încât consumurile proprii sunt practic nesemnificative.

Caracteristici constructive și de exploatare

Formele constructive ale traductoarelor sunt determinate decisiv de natura aplicației. În consecință, vom întâlni traductoare de același tip destinate aceleiași mărimi, dar cu forme esențiale diferite.

- 1) Robustețea - proprietatea traductorului de a funcționa la parametri nominali conform specificațiilor de catalog în condiții de mediu precizate.
- 2) Capacitatea de supraîncărcare - caracteristica traductorului de a rezista la valori ale intrării care depășesc valoarea maximă specificată a domeniului. Aceasta se definește ca o valoare maximă nedistructibilă raportată la valoarea maximă din domeniu. Se poate defini pe timp îndelungat, caz în care se numește capacitate de suprasarcină (sau suprasarcină), iar în cazul în care este definită pe timp scurt se numește capacitate de șoc. Traductoarele sunt prevăzute cu circuite de limitare a semnalului de ieșire.
- 3) Protecția climatică - trebuie să fie în concordanță cu cele cinci zone climatice: rece, temperată, tropical-umedă, tropical-uscată, foarte rece. Aceste zone climatice sunt recomandate de CEI.
- 4) Protecția antiexplozivă - se referă la ansamblul de măsuri pe care trebuie să le respecte un traductor pentru ca acesta să funcționeze normal în medii cu potențial ridicat de explozie.
- 5) Protecția anticorozivă - se referă la întregul traductor sau la componente ale acestuia care vin în contact direct cu mediul agresiv.

Caracteristici de fiabilitate

Fiabilitatea este proprietatea unui produs (traductor) de a funcționa la parametri nominali, fără defecțiuni, un timp cât mai mare.

Dacă produsul permite refacerea funcțională după acțiuni de mentenanță (preventive sau corective), atunci spunem că produsul e mentenabil.

Dacă produsul își recapătă întreaga capacitate funcțională după reparație, atunci avem de-a face cu un sistem cu restabilire.

Defecțiunile au un caracter aleator de apariție. Caracteristica de fiabilitate se poate studia prin metode statistice, probabilistice.

Se definesc:

- funcția de defectare dată de probabilitatea ca $t \leq T_{BF}$ (timpul de bună funcționare):

$$F(t) = P(t \leq T_{BF}) \quad (1)$$

- funcția de fiabilitate dată de probabilitatea ca $t > T_{BF}$:

$$R(t) = P(t > T_{BF}) \quad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) rezultă că : $R(t) = 1 - F(t)$

Fiabilitatea unui traductor poate fi de trei feluri:

- a) fiabilitate previzională - obținută prin calcule de fiabilitate;
- b) fiabilitate experimentală - obținută prin încercări de fiabilitate realizate sub formă accelerată;
- c) fiabilitate operațională - rezultată pe baza observațiilor din funcționarea normală a traductorului.